Title	函數方程式ニ就イテ, IV
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 75 p.4-p.7
Issue Date	1936-01-24
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74251
rights	
Note	

328. 函數方程式ニ就イテ, IV

福原満洲雄（北大）

Aノ点トBノ点トノ和トシテ表ハサレル点ノ集合ヲ$\{A,B\}$デ表ハスコトニスル。Eハ完備シタ線狀ノ空間（*espace linéaire, normé et complet*, *Banach* ノB型空間），$F(X)$ハ有界ナ集合デ *complètement continue* デアル一次函数トシ，

(1) $X-F(X)=0$

トナルヤウナXノ集合ヲM，Xニ関スル方程式

(2) $X-F(X)=x$

が解ヲ持ツヤウナxノ集合ヲAトスル。

定理9.「$\{A,M\}$，AMハ共ニ一次閉集合デアル」

定理10.「AMが0ダケカラ成ルコトト，$\{A,M\}$がE

ト一致スルコトトハ同等デアル」

コレカラ

定理11. 「Xニ関スル方程式

(3) $$X - \lambda F(X) = 0$$

ノ固有値，即チソレガ0デナイ解ヲ持ツヤウナλノ値ハ孤立シテ居ル」

コトガ証明サレル、今迄定理ノ証明ハ殆ンド全部省略シテ，単ニ一例トシテ定理7ノ証明ヲザット述べタダケデアッタガ，ソレハドウイフ順序デ定理11ニ達シタカ，ソノ経路ヲハッキリサセタイ為メデアッタ。次ニ定理11ノ証明ヲ述ベヨウ。

簡単ノタメ$\lambda=1$ヲ固有値トスル。

$$E = E', \quad A = A'$$

ト置キ，一般ニβヲ或ル順序数トシタトキβヨリ小サイαニ對シテA^α, E^αガ定義サレタモノトスル、βノ直前ノ順序数ガ存在シナイナラバ

$$E^\beta = \prod_{\alpha<\beta} E^\alpha$$

ト置キ，βノ直前ノ順序数$\beta-1$ガ存在スルナラバ

$$E^\beta = \{A^{\beta-1}, M\}$$

ト置キ，(2)ヲ満足スルXガE^βノ中ニ存在スルヤウナxノ集合ヲA^βトスル、$\{E^\alpha\}, \{A^\alpha\}$ハ共ニ一次閉集合ノ減少列トナルカラ

$$E^{\gamma}=E^{\gamma+1}=\cdots\cdots,\ A^{\gamma}=A^{\gamma+1}=\cdots\cdots$$

トナルヤウナ γ ガ存在スル．(2) ヲ E^{γ} ニ於ケル方程式ト考ヘレバ

$$\{A^{\gamma}, M\}=E^{\gamma+1}=E^{\gamma}$$

デアルカラ $A^{\gamma}M$ ハ 0 ダケカラ成ル（定理10）、故ニ (1) ヲ A^{γ} ニ於ケル方程式ト考ヘレバ其ノ解ハ 0 ダケデアル。故ニ $\delta>0$ ガ十分ニ小サケレバ $|k-1|<\delta$ ノ時 (3) ヲ満足スル A^{γ} ノ点 X ハ 0 ニ限ル．$0<|k-1|<\delta$ ノ時 (3) ガ E ノ点 X デ満足サレテ居ルトスル、x ヲ (2) ニ依テ定義スル．$X\in E^{\alpha}$ ナラバ $x\in A^{\alpha}$ デアル。

(2), (3) カラ

$$\left(1-\frac{1}{k}\right)X=x$$

ヲ得ルカラ X モ亦 A^{α} ノ点デアル、従ッテ X ハ $E^{\alpha+1}=\{A^{\alpha}, M\}$ ノ点デアル。β ガ直前ノ順序数ヲ持タズ、$\alpha<\beta$ ノ時 $X\in E^{\alpha}$ ナラバ X ハ $E^{\beta}=\prod_{\alpha<\beta}E^{\alpha}$ ニモ属スル、故ニ $X\in E^{\gamma}$ トナル、$X\in E^{\alpha}$ カラ $X\in A^{\alpha}$ ヲ得ルノデアルカラ $X\in A^{\gamma}$ デアル、従テ $X=0$ トナル。

以上

(4) $\quad X-kF(X)=x$

ノ解ヲ

(5) $\quad x-G(x, k)=X$

ト書ケバ $G(x, k)$ ノ（k ニ関スル）特異点ハ (3) ノ固有値デ定理 11 ニ依ッテ孤立シテ居ル、併シソレダケデハ（定理

$\mathfrak{G}$ヲ考ヘニ入レテモ）（3）ノ固有値ガ$G(x, k)$ノ極ニナルコトハ証明サレナイ。

定理12.「$k=1$ヲ(3)ノ固有値トスル．$\gamma<\omega$ナラバ$G(x, k)$ノ特異点$k=1$ハ極デアル」

コトハ証明出来タガ、ソノ逆ハ？

定理13.「$\gamma<\omega$ナラバE/AハMト*homéomorphe*ニナル」ガ$\gamma \geqq \omega$ナラバドウナルデアラウカ？

附記．　後ニナッテ気ガツイタノデアルガ、前回ハ結論ヲ急ギ過ギテ証明ノ途中デ重大ナ過失ヲ犯シテ居タ．従ッテ今回ノ結果ハ前回ノ定理ガ成立スル場合ニハ同時ニ成立スルノデアルガ，一般ノ線状D空間デ以上ノ定理ガ成立スルコトガ証明サレタコトニハナラナイ。